

Colección Completa de Problemas: Semejanza

Geometría Plana, Teorema de Tales y Aplicaciones Prácticas

Nivel: Educación Secundaria y Bachillerato

Ejercicios: 17 Problemas Guiados

Solucionario: Incluido al final

Índice Temático por Tipo de Problema y Dificultad

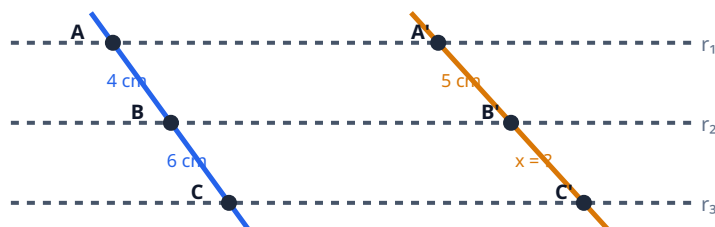
Bloque	Tipo de Problema / Contenido	Ejercicios	Rango Dificultad
I	Teorema de Tales y Segmentos Proporcionales	Ejercicios 1, 2, 3	★☆☆☆☆ a ★★★★☆
II	Criterios de Semejanza de Triángulos (AA, LLL, LAL)	Ejercicios 4, 5, 6, 7	★☆☆☆☆ a ★★★★☆
III	Triángulos Rectángulos: Teoremas de la Altura y del Cateto	Ejercicios 8, 9, 10	★☆☆☆☆ a ★★★★☆
IV	Áreas, Perímetros, Escalas y Volúmenes en Semejanza	Ejercicios 11, 12, 13, 14	★☆☆☆☆ a ★★★★☆
V	Aplicaciones Prácticas y Medición Indirecta de Distancias	Ejercicios 15, 16, 17	★☆☆☆☆ a ★★★★☆

Bloque I: Teorema de Tales y Segmentos Proporcionales

Ejercicio 1: Aplicación directa del Teorema de Tales

Dificultad: Básica (★☆☆☆☆)

Tres rectas paralelas r_1 , r_2 y r_3 son cortadas por dos rectas transversales t_1 y t_2 . Sobre la transversal t_1 , los segmentos determinados por las paralelas miden $AB = 4 \text{ cm}$ y $BC = 6 \text{ cm}$. Sobre la transversal t_2 , el primer segmento correspondiente mide $A'B' = 5 \text{ cm}$. Calcula la longitud del segmento $B'C'$.



Ejercicio 2: Divisiones proporcionales en un triángulo

Dificultad: Intermedia (★☆☆☆☆)

En un triángulo ABC , se traza un segmento DE paralelo al lado BC , con D en el lado AB y E en el lado AC . Se conocen las medidas $AD = 6 \text{ cm}$, $DB = 9 \text{ cm}$ y $AE = 8 \text{ cm}$.

- Halla la longitud del segmento EC .
- Determina la longitud total del lado AC .

Ejercicio 3: Segmentos proporcionales con ecuaciones algebraicas

Dificultad: Avanzada (★★★★☆)

En la figura donde un segmento DE es paralelo a la base BC de un triángulo ABC , las longitudes de los segmentos vienen dadas por las siguientes expresiones algebraicas en centímetros:

$$AD = x + 2, \quad DB = x, \quad AE = x + 8, \quad EC = x + 3.$$

Calcula el valor numérico de x y halla la longitud total de los lados AB y AC .

💡 Prompt para generar figura e ilustración adicional:

"Clean 2D geometric vector diagram of a triangle ABC with a line DE parallel to base BC cutting sides AB and AC . Text labels on segments: $AD = x+2$, $DB = x$, $AE = x+8$, $EC = x+3$. Minimalist textbook style, clear black lines, white background, high resolution."

Bloque II: Criterios de Semejanza de Triángulos

Ejercicio 4: Criterio Ángulo-Ángulo (AA) y sombras

Dificultad: Básica (★☆☆☆☆)

Un poste vertical de 2 m de altura proyecta una sombra sobre el suelo plano de $1,5\text{ m}$ de longitud. En el mismo instante y lugar, un árbol situado en las cercanías proyecta una sombra de 9 m .

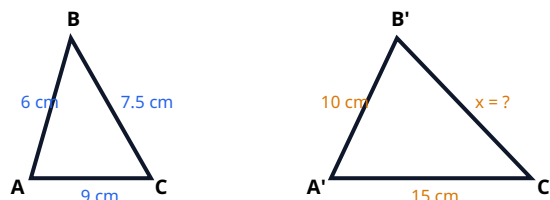
Justifica por qué los triángulos formados son semejantes indicando el criterio de semejanza aplicado y calcula la altura del árbol.

Ejercicio 5: Criterio Lado-Ángulo-Lado (LAL)

Dificultad: Intermedia (★★☆☆☆)

Se tienen dos triángulos ABC y $A'B'C'$. En el primero, $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 9\text{ cm}$, $BC = 7,5\text{ cm}$ y el ángulo interior $\angle A = 50^\circ$. En el segundo triángulo, $A'B' = 10\text{ cm}$, $A'C' = 15\text{ cm}$ y el ángulo interior $\angle A' = 50^\circ$.

Demuestra que ambos triángulos son semejantes y calcula la longitud del lado $B'C'$.



Ejercicio 6: Semejanza en diagonales de un trapecio

Dificultad: Avanzada (★★★☆☆)

En un trapecio $ABCD$ de bases paralelas $AB = 12\text{ cm}$ y $CD = 18\text{ cm}$, las diagonales AC y BD se cortan en un punto P .

- Demuestra que los triángulos APB y CPD son semejantes.
- Si la diagonal completa AC mide 20 cm , calcula las longitudes exactas de los segmentos AP y PC .

Ejercicio 7: Ángulos antiparalelos y semejanza oculta

Dificultad: Desafío (★★★★☆)

Dado un triángulo ABC , se toma el punto medio D del lado AB (por lo que $AD = DB = 5\text{ cm}$). Sobre el lado AC se ubica un punto E de modo que el ángulo $\angle AED$ sea igual al ángulo $\angle ABC$. Se conoce además que $AE = 4\text{ cm}$ y $DE = 6\text{ cm}$.

- Demuestra qué par de triángulos son semejantes y establece la correspondencia de vértices.
- Calcula la longitud de los segmentos EC y BC .

Bloque III: Triángulos Rectángulos (Altura y Cateto)

Ejercicio 8: Aplicación del Teorema de la Altura

Dificultad: Básica (★☆☆☆☆)

En un triángulo rectángulo ABC (recto en C), la altura relativa a la hipotenusa h_c divide a esta en dos proyecciones rectilíneas de medidas $m = 4 \text{ cm}$ y $n = 9 \text{ cm}$.

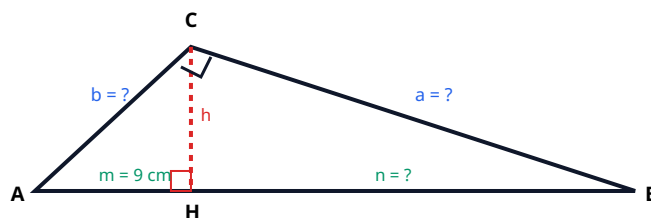
Calcula la longitud de la altura h_c .

Ejercicio 9: Teoremas de la Altura y del Cateto combinados

Dificultad: Intermedia (★☆☆☆☆)

Un triángulo rectángulo tiene una hipotenusa de $c = 25 \text{ cm}$. La proyección del cateto b sobre la hipotenusa mide $m = 9 \text{ cm}$.

- a) Calcula la longitud del cateto b .
- b) Calcula la longitud de la proyección n y del cateto a .



Ejercicio 10: Resolución métrica completa del triángulo rectángulo

Dificultad: Avanzada (★★★★☆)

En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide $c = 13 \text{ cm}$ y uno de los catetos mide $a = 12 \text{ cm}$.

Calcula exactamente (en forma de fracción irreducible o decimal exacto):

- a) El segundo cateto b .
- b) Las proyecciones m y n de los catetos sobre la hipotenusa.
- c) La altura h_c relativa a la hipotenusa.

Bloque IV: Áreas, Perímetros, Escalas y Volúmenes

Ejercicio 11: Escalas cartográficas y áreas reales

Dificultad: Básica (★☆☆☆☆)

Un mapa regional está dibujado a una escala $1 : 25.000$. En dicho mapa, un lago o reserva natural ocupa una superficie representada de 8 cm^2 .

Calcula el área real en la superficie terrestre ocupada por la reserva natural, expresando el resultado final en kilómetros cuadrados (km^2).

Ejercicio 12: Razón de perímetros y razón de áreas

Dificultad: Intermedia (★☆☆☆☆)

Dos polígonos semejantes tienen perímetros de **24 cm** y **36 cm** respectivamente. Se sabe que el área del polígono menor es de **28 cm²**.

- a) Obtén la razón de semejanza **k** entre el polígono mayor y el menor.
- b) Calcula el área del polígono mayor.

Ejercicio 13: División de un triángulo en superficies equivalentes

Dificultad: Avanzada (★★★★☆)

Un triángulo tiene una altura total de **H = 12 cm** respecto a su base. Se desea trazar una recta paralela a la base de modo que el triángulo quede dividido en dos figuras (un triángulo superior y un trapecio inferior) de áreas exactamente iguales.

¿A qué distancia del vértice superior se debe trazar dicha paralela? Expresa la respuesta en forma exacta con raíz y redondeada a dos decimales.

Ejercicio 14: Semejanza tridimensional en cuerpos volumétricos

Dificultad: Desafío / Olimpiada (★★★★★)

Un depósito con forma de cono circular recto invertido (con el vértice hacia abajo) tiene una capacidad total máxima de **54 litros**. Se vertió agua en el depósito hasta alcanzar exactamente los **2/3** de su altura total.

Aprovechando las propiedades de semejanza geométrica en tres dimensiones, calcula cuántos litros de agua contiene el depósito en ese instante.

💡 Prompt para generación de modelo 3D / ilustración:

"3D vector illustration of an inverted conical tank with water inside. The water level reaches two-thirds of the total height. Clear section labels showing total height H and water height (2/3)H. Blue transparent water material, slate frame, educational textbook diagram style."

Bloque V: Aplicaciones Prácticas y Medición Indirecta

Ejercicio 15: Medición indirecta del ancho de un río

Dificultad: Básica (★☆☆☆☆)

Un equipo de topografía desea medir el ancho de un río sin cruzarlo. Para ello, señalan puntos en la orilla formando dos triángulos opuestos por el vértice con líneas paralelas. Las mediciones tomadas en el terreno indican los segmentos **a = 15 m**, **b = 5 m** y una base de referencia **c = 12 m**.

A partir de la semejanza de los triángulos formados, calcula la anchura exacta del río en metros.

Ejercicio 16: Determinación de la altura de un edificio mediante espejo

Dificultad: Intermedia (★★★★☆)

Una persona cuya altura hasta los ojos es de **1,70 m** coloca un espejo plano en el suelo entre ella y un edificio. La persona retrocede hasta situarse a **2 m** del espejo, punto desde el cual ve reflejada exactamente la parte superior de la cúspide del edificio. Si el espejo se encuentra a una distancia de **18 m** de la base del edificio:

Aplica las leyes de la reflexión de la luz (ángulo de incidencia igual al de reflexión) para justificar la semejanza de triángulos y calcula la altura total del edificio.

Ejercicio 17: Óptica y proyección en una cámara oscura

Dificultad: Avanzada (★★★★☆)

En una cámara oscura de profundidad **20 cm** (distancia entre el estenopo/orificio y la pantalla de fondo), se proyecta la imagen invertida de un árbol cuya altura real es de **8 m**. Si la imagen proyectada sobre la pantalla posterior mide exactamente **4 cm** de alto:

Calcula a qué distancia se encuentra el árbol del orificio frontal de la cámara.

Guía de Prompts para Generación de Imágenes e Ilustraciones

Para obtener representaciones fidedignas o diagramas interactivos de estos problemas mediante herramientas de IA generativa de imágenes (Midjourney, DALL-E 3, Stable Diffusion) o asistentes con visión, utilice los siguientes prompts optimizados:

- **Cámara oscura y óptica (Ej. 17):** "A clean technical diagram of a pinhole camera obscura, showing light rays from a 8m tall tree passing through a small aperture and creating an inverted 4cm image on the back wall at 20cm distance. Flat vector style, blueprint aesthetics, labeled axes."
- **Medición con espejo (Ej. 16):** "Educational physics diagram showing a person looking at a mirror on the ground to measure a building height. Reflection rays with equal angles θ_1 and θ_2 . Clean lines, labeled distances: 1.70m height, 2m to mirror, 18m mirror to building."
- **Semejanza 3D en cono (Ej. 14):** "Cross-section vector diagram of a vertical cone filled with liquid up to 2/3 of its total height. Clear markings for radius r and R , height h and H . Modern educational layout, isometric view."

Solucionario (Respuestas Finales Exclusivas)

Comprobación de resultados cuantitativos con unidades del Sistema Internacional / indicadas.

Ejercicio	Concepto Clave	Solución Final
Ejercicio 1	Teorema de Tales (transversales)	$B'C' = 7,5 \text{ cm}$
Ejercicio 2	Tales en triángulo (paralela interior)	a) $EC = 12 \text{ cm}$ b) $AC = 20 \text{ cm}$
	Tales con ecuaciones algebraicas	$x = 2 \text{ cm} \rightarrow AB = 6 \text{ cm}, AC = 15 \text{ cm}$

Ejercicio	Concepto Clave	Solución Final
Ejercicio 3		
Ejercicio 4	Semejanza AA (Sombra del árbol)	Altura del árbol $h = 12 \text{ m}$
Ejercicio 5	Criterio LAL (Razón $k = 5/3$)	$B'C' = 12,5 \text{ cm}$
Ejercicio 6	Diagonales en trapecio ($k = 2/3$)	$AP = 8 \text{ cm}$ $PC = 12 \text{ cm}$
Ejercicio 7	Ángulos antiparalelos ($\triangle ADE \sim \triangle ACB$)	$EC = 8,5 \text{ cm}$ $BC = 12 \text{ cm}$
Ejercicio 8	Teorema de la Altura ($h_c^2 = m \cdot n$)	$h_c = 6 \text{ cm}$
Ejercicio 9	Teorema del Cateto ($b^2 = c \cdot m$)	a) $b = 15 \text{ cm}$ b) $n = 16 \text{ cm}$, $a = 20 \text{ cm}$
Ejercicio 10	Resolución métrica completa	$b = 5 \text{ cm}$, $m = 11,08 \text{ cm}$ (144/13), $n = 1,92 \text{ cm}$ (25/13), $h_c = 4,62 \text{ cm}$ (60/13)
Ejercicio 11	Escala de áreas ($k^2 = 1 : 625.000.000$)	Área real $A = 0,5 \text{ km}^2$ (o 500.000 m^2)
Ejercicio 12	Razón de áreas ($k = 1,5 \rightarrow k^2 = 2,25$)	a) $k = 1,5$ b) Área mayor $A = 63 \text{ cm}^2$
Ejercicio 13	División de áreas ($h = H / \sqrt{2}$)	Distancia $h = 6\sqrt{2} \text{ cm} \approx 8,49 \text{ cm}$ desde el vértice
Ejercicio 14	Semejanza 3D ($V' = V \cdot (2/3)^3$)	Volumen de agua $V' = 16 \text{ litros}$
Ejercicio 15	Medición indirecta (Ancho de río)	Ancho del río $w = 36 \text{ m}$
Ejercicio 16	Reflexión en espejo y semejanza	Altura del edificio $H = 15,3 \text{ m}$
Ejercicio 17	Cámara oscura y distancia	Distancia al árbol $D = 40 \text{ m}$